

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 08 » февраля 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Уравнения математической физики
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 108 (3)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления)

Направленность: Математическое моделирование (СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Овладение навыками применения ранее изученных математических дисциплин для решения сложных задач и освоении исследования и решения новых задач. Использование понятийного аппарата дисциплины; формулировании и применении основных и выводимых из основных утверждений для формулировки свойств изучаемых функций, решать типовые задачи; использовании системы знаний дисциплины для исследования и адекватного моделирования более сложных систем.

изучение типов уравнений математической физики (гиперболические, параболический и эллиптические); формирование умения применять полученные знания для решения прикладных задач; формирование умения использовать систему знаний дисциплины для адекватного математического моделирования различных процессов; формирование навыков решения задач математической физики; формирование навыков математической постановки и решения задач математической физики; формирование приемов и навыков математических исследований для решения конкретных задач науки и техники.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Математические объекты (уравнения в частных производных, операторы);
Операции над объектами и характеристики объектов (исследование существования и единственности решения, исследование на устойчивость);
Основные математические методы исследования объектов;
Математические модели типовых профессиональных задач;
Способы формализации реальных физических явлений.

1.3. Входные требования

Не предусмотрены

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-1ОПК-1	Знает классификацию уравнений в частных производных; аналитические методы решения уравнений математической физики	Знает основы фундаментальной и прикладной математики, основы вычислительной техники и программирования	Контрольная работа
ОПК-1	ИД-2ОПК-1	Умеет приводить уравнения к каноническому виду; ставить задачи математической физики	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования	Индивидуальное задание

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-3ОПК-1	Владеет навыками решения задач математической физики; системой знаний дисциплины для моделирования задач	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Дифференцированный зачет
ОПК-2	ИД-1ОПК-2	умеет делать выводы, по соответствующим профессиональным проблемам	Умеет обосновывать выбор и применение современного математического аппарата и систем программирования в исследовательской и прикладной деятельности	Индивидуальное задание
ОПК-2	ИД-2ОПК-2	Владеет методологией и навыками решения научных и практических задач	Владеет навыками применения современного математического аппарата и систем программирования при разработке и реализации алгоритмов решения прикладных задач	Дифференцированный зачет
ОПК-2	ИД-3ОПК-2	знает задачи для уравнений гиперболического типа; задачи для уравнений параболического типа; задачи для уравнений эллиптического типа;	Знает современный математический аппарат, особенности применения современных математических методов и систем программирования в областях знаний, связанных с профессиональной деятельностью;	Контрольная работа

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		5	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	72	72	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	28	28	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	40	40	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	36	36	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет	9	9	
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	108	108	

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	
5-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Общие понятия об уравнениях математической физики. Классификация уравнений. Постановка задач	8	0	8	10
Классификация уравнений в частных производных: Уравнение в частных производных, дифференциальный оператор, линейное, квазилинейное, однородное, неоднородное уравнение. Порядок и типы уравнений математической физики. Инвариантность типа уравнения относительно невырожденного преобразования координат. Канонический вид, характеристические поверхности. Теорема Ковалевской. Принцип Дюамеля. Постановка задач математической физики: Задача о равновесии и движении мембраны. Задача о поперечных колебаниях струны и продольных колебаниях стержня. Задача о распространении тепла. Задача Коши, краевая задача, смешанная краевая задача для уравнений математической физики, начальные и граничные условия. Корректно поставленная задача.				
Уравнения гиперболического типа	10	0	16	16
Задача Коши: Решение задачи Коши и Гурса для одномерного волнового уравнения методом характеристик, для n-мерного волнового уравнения с помощью формулы в виде суммы ряда. Анализ колебаний струны с помощью формулы Даламбера, графическая интерпретация решения. Использование принципа Дюамеля для решения задач Коши для неоднородных уравнений. Теорема существования, единственности, устойчивости классического решения задачи Коши для волнового уравнения. Задача о собственных значениях: Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения, собственные функции задачи Штурма-Лиувилля, ряд Фурье. Собственные функции краевой задачи. Свойства собственных значений и собственных функций. Метод Фурье. Интеграл энергии.				
Уравнения параболического типа	4	0	6	5
Уравнения параболического типа: Принцип максимума. Теоремы существования, единственности, устойчивости классического (обобщенного) решения смешанной краевой задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение смешанных краевых задач для уравнения теплопроводности методом Фурье. Функция влияния мгновенного источника, фундаментальное				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
решение уравнения теплопроводности. Задача Коши.				
Уравнения эллиптического типа	6	0	10	5
Гармонические функции. Метод Фурье: Обобщенное решение краевых задач. Единственность обобщенного решения. Классические решения уравнений Лапласа и Пуассона. Гармонические функции. Внутренняя, внешняя задачи Дирихле, Неймана. Свойства гармонических функций. Теорема о среднем, принцип максимума. Единственность решения основных краевых задач для уравнения Пуассона. Существование, единственность и устойчивость классического решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Функция Грина. Элементы теории потенциалов: Вывод интегральной формулы решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в терминах функции Грина. Свойства потенциалов, представление решения основных краевых задач для уравнения Пуассона с помощью потенциалов.				
ИТОГО по 5-му семестру	28	0	40	36
ИТОГО по дисциплине	28	0	40	36

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Уравнение в частных производных, дифференциальный оператор. Порядок и типы уравнений математической физики. Канонический вид. Принцип Дюамеля.
2	Задача о равновесии и движении мембраны. Задача о поперечных колебаниях струны и продольных колебаниях стержня.
3	Задача о распространении тепла.
4	Задача Коши, краевая задача, смешанная краевая задача для уравнений математической физики, начальные и граничные условия.
5	Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения методом характеристик, для n -мерного волнового уравнения с помощью формулы в виде суммы ряда.
6	Анализ колебаний струны с помощью формулы Даламбера. Использование принципа Дюамеля для решения задач Коши для неоднородных уравнений.
7	Контрольная работа.
8	Задача Штурма-Лиувилля.
9	Собственные значения, собственные функции задачи Штурма-Лиувилля, ряд Фурье.
10	Контрольная работа.
11	Схема метода Фурье для однородных краевых условий.

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
12	Решение смешанной задачи для однородного уравнения гиперболического типа. Колебание струны, жестко закрепленной на концах. Схема Фурье для неоднородных условий.
13	Решение смешанных краевых задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.
14	Решение смешанных краевых задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.
15	Контрольная работа.
16	Классические решения уравнений Лапласа и Пуассона.
17	Гармонические функции. Внутренняя, внешняя задачи Дирихле, Неймана. Свойства гармонических функций.
18	Существование, единственность и устойчивость классического решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
19	Вывод интегральной формулы решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в терминах функции Грина.
20	Контрольная работа.

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

Практическое занятие проводится по своему алгоритму. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: у каждого обучающегося должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи и интуиция; применение знаний дисциплины для решения профессиональных задач.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Сборник задач по уравнениям математической физики / В. С. Владимиров [и др.]. - Москва: Физматлит, 2004.	21
2	Свешников А. Г. Лекции по математической физике : учебное пособие для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов. - Москва: МГУ, 2004.	29
3	Тихонов А.Н. Уравнения математической физики : учебник для вузов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. - Москва: Изд-во МГУ, Наука, 2004.	82
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Сборник задач по уравнениям математической физики / В. С. Владимиров [и др.]. - Москва: Физматлит, 2003.	20
2.2. Периодические издания		
	Не используется	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
	Не используется	

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Павленко, А. Н. Уравнения математической физики : учебное пособие / А. Н. Павленко, О. А. Пихтилькова. - Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2013.	http://elib.pstu.ru/Record/iprbooks30134	локальная сеть; авторизованный доступ
Дополнительная литература	Янов С. И. Уравнения математической физики : учебно-методическое пособие / Янов С. И. - Барнаул: АлтГПУ, 2019.	http://elib.pstu.ru/Record/lanRU-LAN-BOOK-139183	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Первадчук В. П. Уравнения математической физики: методы решения задач : учебное пособие / В. П. Первадчук, Е. М. Кадырова, В. Ю. Соколов. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2001.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2280	локальная сеть; свободный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	http://lib.pstu.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru/

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Доска	1
Практическое занятие	Доска	1

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложения) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1.Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (5-го семестра учебного плана) и разбито на 2 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, выполнении контрольных работ, индивидуальных заданий и дифференцированного зачета. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. – Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты освоения дисциплины (ЗУВы)	Виды контроля		
	Текущий	Рубежный	Промежуточная аттестация
	КР	ИЗ	Диффер. зачет
Усвоенные знания			
классификацию уравнений в частных производных	КР1		
аналитические методы решения уравнений математической физики	КР1 КР2 КР3 КР4		
задачи для уравнений гиперболического типа	КР3		
задачи для уравнений параболического типа	КР3		
задачи для уравнений эллиптического типа	КР4		
Освоенные умения			
приводить уравнения к каноническому виду		ИЗ1	
ставить задачи математической физики		ИЗ2	
умеет делать выводы, по соответствующим профессиональным проблемам		ИЗ2	
Приобретенные владения			
навыками решения задач математической физики			ТВ, ПЗ
системой знаний дисциплины для моделирования задач			ТВ, ПЗ
методологией и навыками решения научных и практических задач			ТВ, ПЗ

ИЗ – индивидуальное задание (оценка умений).

КР – текущий контроль в форме контрольных работ по практическим занятиям (оценка знаний).

ТВ – теоретический вопрос

ПЗ – практическое задание (оценка владений).

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде дифференцированного зачета в пятом семестре, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

2.1. Текущий контроль

Текущий контроль усвоения материала проводится в форме контрольных работ (после изучения определенного раздела учебной дисциплины).

Запланировано 4 контрольных работы

Таблица 2.1. - Перечень контрольных работ

№ п/п	Наименование материалов контроля
1	Контрольная работа №1 «Задача Коши».

2	Контрольная работа №2 «Задача Штурма-Лиувилля».
3	Контрольная работа №3 «Метод Фурье для уравнений гиперболического и параболического типов».
4	Контрольная работа №4 «Уравнения эллиптического типа».

Типовые задания КР 1:

№1. Решить задачу Коши:

$$U_{xx} - 4U_{xy} - 5U_{yy} + 120U_x + 120U_y = 0,$$

$$U(0; y) = e^{20y}, \quad U_x(0; y) = -7ye^{20y}$$

№2. Решить задачу Коши, используя формулу Даламбера:

$$U_{tt} = U_{xx} + x \sin t, \quad t > 0, \quad -\infty < x < +\infty,$$

$$U(x; 0) = \sin x, \quad U_t(x; 0) = \cos x$$

Типовые задания КР 2:

№1. Разложить в ряд по собственным функциям задачи $X'' + \lambda X = 0$, $X(0) = 0$, $X(\pi) = 0$ функцию $f(x) = 3x + 1$.

№2. Разложить в ряд по собственным функциям задачи $X'' + \lambda X = 0$, $X(0) = 0$, $X'(10) = 0$ функцию $f(x) = 3 + \sin \frac{\pi}{4}x$.

Типовые задания КР 3:

№1. Решить смешанную задачу

$$U_{tt} = 4U_{xx} - 8U_t + e^{-t} \sin 7x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad t > 0,$$

$$U(0, t) = 0, \quad U_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0,$$

$$U(x, 0) = 0, \quad U_t(x, 0) = 4 \sin 3x.$$

№2. Решить смешанную задачу

$$U_t - 25U_{xx} + U = x(1+t), \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

$$U_x(0, t) = t, \quad U_x(\pi, t) = t,$$

$$U(x, 0) = 5 - 3 \sin^2 x.$$

Типовые задания КР 4:

№1. Решить внутреннюю краевую задачу

$$\Delta u = 2, \quad 0 < x < 3, \quad 0 < y < 2,$$

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u(x, 2) = 0,$$

$$u(0, y) = 0, \quad u(3, y) = 5 \cos \frac{3\pi}{4} y.$$

№2. Решить внутреннюю краевую задачу для кольца

$$\Delta u = 0, \quad 3 < r < 5, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$u(3, \varphi) = \cos 3\varphi, \quad u(5, \varphi) = 2 - 7 \cos^2 \varphi.$$

Результаты контрольных работ по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Типовые шкала и критерии оценки результатов текущей контрольной работы приведены в общей части ФОС программы.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного **оценивания умений** (табл. 1.1) проводится в форме выполнения индивидуальных заданий (после изучения каждого модуля учебной дисциплины).

Защита индивидуальных заданий

Всего запланировано 2 индивидуальных задания.

Типовой вариант ИЗ 1 по теме «Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка задач математической физики»:

№1. Привести уравнение к каноническому виду: $xU_{xx} + yU_{yy} = 0$, $y > 0$.

№2. Поставить задачу о поперечных колебаниях однородной струны с жестко закреплёнными концами в поле силы тяжести, при произвольных начальных условиях.

№3. Поставить задачу о распределение тепла в тонком однородном стержне с теплоизолированной боковой поверхностью, если стержень был равномерно нагрет до температуры U_0 . При $t > 0$ левый конец стержня поддерживается при нулевой температуре, а правый конец теплоизолирован.

Типовой вариант ИЗ 2 по теме «Решение задач математической физики методом Фурье»:

№1. Решить задачу:

$$U_{tt} = U_{xx} + 4U + 2\sin^2 x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi,$$

$$U_x(0;t) = 0, \quad U_x(\pi;t) = 0,$$

$$U(x,0) = 0, \quad U_t(x,0) = 0.$$

№2. Дан тонкий однородный стержень $0 < x < l$, боковая поверхность которого теплоизолирована. Найти распределение температуры $U(x;t)$ в стержне, если концы $x = 0$ и $x = l$ стержня поддерживаются при постоянных температурах U_1 и U_2 соответственно, а начальная температура равна $U_0 = const$.

№3. Найти форму равновесия однородной мембраны, имеющей форму кольца ($a < r < b$), если смещения точек ее границы $r = b$, равно $Q + T \sin 2\varphi$, а к границе $r = a$ приложена сила $A \cos \varphi$ (натяжение мембраны равно 1).

Защита отчета по индивидуальному заданию проводится индивидуально каждым студентом.

Результаты по 4-х балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Типовые шкала и критерии оценки результатов защиты индивидуального комплексного задания приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска является положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине, согласно РПД, проводится в

виде дифференцированного зачета по билетам.

Полный перечень теоретических вопросов для подготовки к дифференцированному зачету выдается студентам на первом занятии или не позднее одного месяца до начала сессии.

Дифференцированный зачет проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание для проверки освоенных владений.

Форма билета представлена в общей части ФОС программы.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС программы.

2.3.1. Типовые вопросы и задания для дифференцированного зачета по дисциплине.

Типовые вопросы:

1. Основные типы уравнений в частных производных.
2. Применение метода характеристик к решению задачи Коши и Гурса.
3. Задача о равновесии и движении мембраны.
4. Принцип Дюамеля.
5. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера.
6. Общая задача Штурма-Лиувилля.
7. Свойства собственных функций и собственных значений.
8. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа.
9. Уравнения параболического типа. Решение смешанной краевой задачи методом Фурье, для уравнения параболического типа.
10. Уравнения эллиптического типа.
11. Основные краевые задачи для уравнений эллиптического типа.
12. Метод Фурье решения задач Дирихле для кольца.

Типовые практические задания:

1. Преобразовать уравнение к каноническому виду:
$$U_{xx} + 9U_{yy} - 9U_{zz} - 6U_{xy} + 6U_{yz} + 12U_x = 0.$$
2. Разложить в ряд по собственным функциям задачи $X'' + \lambda X = 0$, $X(0) = 0$, $X'(10) = 0$ функцию $f(x) = 3x$.
3. Решить задачу Коши, используя формулу Даламбера
$$U_{tt} = U_{xx} + \sin x, \quad t > 0, \quad -\infty < x < +\infty,$$
$$U(x, 0) = \sin x, \quad U_t(x, 0) = 0.$$
4. Решить внутреннюю задачу Дирихле для круга.
$$\Delta u = 0, \quad u(2, \varphi) = 2 - 7 \cos^2 \varphi.$$
5. Найти форму равновесия однородной мембраны, имеющей форму кольца ($a < r < b$), если смещения точек ее границы $r = b$, равно $5 \cos 4\varphi$, а к границе $r = a$ приложена сила $9 \cos 5\varphi$ (натяжение мембраны равно 1).

Оценка результатов обучения по дисциплине проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время дифференцируемого зачета.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при дифференцируемом зачете компонентов *знать*, *уметь* приведены в общей части ФОС программы.

Полный перечень теоретических вопросов и практических заданий в форме утвержденного комплекта билетов для проведения дифференцируемого зачета формируется на бумажном и электронном носителях и хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины.

2.3.2. Шкалы оценивания результатов обучения при дифференцируемом зачете

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать*, *уметь* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания.

Оценка за компоненту «владеть» в промежуточной аттестации выставляется в форме интегральной оценки приобретенных владений, полученной по результатам текущего и рубежного контроля. Интегральная оценка приобретенных владений, полученная по результатам текущего и рубежного контроля, заносится в оценочный лист и используется при получения итоговой оценки уровня сформированности компетенций.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче дифференцируемого зачета для компонентов *знать* и *уметь* приведены в общей части ФОС программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при дифференцируемом зачете считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачета используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС программы.

Примечание: *Полный комплект контрольно-измерительных материалов хранится на кафедре, которая ведет дисциплину, и на выпускающей кафедре в электронном виде. Полный комплект контрольно-измерительных материалов*

содержит: текущие контрольные работы, индивидуальные задания, полный перечень теоретических вопросов и практических заданий аттестационного испытания в утвержденной форме и т.п.. Полный комплект контрольно-измерительных материалов для контроля уровня сформированности всех заявленных компетенций, может быть дополнен или изменен преподавателем, исходя из особенностей обучающихся той или иной академической группы, а так же принимая во внимание особенности изучаемой темы и современное информационное наполнение дисциплины.